

# ОБОБЩЕН НАУЧЕН ОТЧЕТ ПО ДОГОВОР ДН 18/1 от 10.12.2017 г.

## Тема: Симетрии на фундаменталните закони на Природата

За периода на Договора са публикувани (или предстоят да бъдат публикувани) общо **56** научни труда [1.1.1-3.2.12] на участниците в Договор ДН 18/1 с Националния Фонд "Научни изследвания" съгласно работната програма. Трудовете се разпределят както следва:

(а) **45** публикации в международни издания с импакт фактор (IF)/импакт ранг (JSR) и квартили Q1-Q4, в това число **14** публикации в квартил **Q1**, **12** публикации в квартил **Q2**, **1** публикации в квартил **Q3**, **4** публикации в квартил **Q4** и **14** публикации в международни издания с импакт ранг (JSR);

(б) **7** публикации в международни издания без импакт фактор/импакт ранг;

(в) **3** електронни препринти на интернет-сайт <https://arXiv.org> - предстоящи за публикуване плюс **1** защитетна дисертация за научната и образователна степен „доктор“.

Отчетът е построен последователно по секции, всяка съответстваща на един от 3-те работни пакета. Приложен е, така също и като отделен документ, пълен списък на всички трудове по Договора.

Номерацията на публикациите е във формат [X.Y.Z], където X е номер на работния пакет, Y е номер на етапа и Z е номер на публикацията за съответния работен пакет и за съответния етап.

### Работен пакет 1: Разширени гравитационни теории и квантова космология

#### Планирани дейности от работните програми за първия и втория етап.

- **Изследователски дейности:**

**Дейност 1.1 (първи етап):** Разширени теории на гравитацията – тъмна енергия и тъмна материя.

**Дейност 1.2 (първи етап):** Разширени теории на гравитацията и квантова космология - уравнение на Уилър -Де Вит за вълновата функция на Вселената.

**Дейност 1.3 (първи етап):** Космологични решения в модели на разширена гравитация с модифициран обемен елемент.

**Дейност 1.4 (първи етап):** Изследване на статични и бавновъртящи се компактни звезди в модела на минимална дилатонна гравитация.

**Дейност 1.1 (втори етап):** Гравитационни вълни от светоподобни пространствено-времени „портали“ (wormholes).

**Дейност 1.2 (втори етап):** Космологични модели в разширени гравитационни теории базирани на формализма на нериманови форми на обема.

**Дейност 1.3 (втори етап):** Изследване на ефектите свързани с тъмна материя и тъмна енергия при статични и бавновъртящи се компактни звезди в модела на минимална дилатонна гравитация.

- Подготовка и публикуване на научни статии (предимно в международни списания с импакт-фактор);
- Подготовка на презентации с цел представяне на резултатите на семинари и международни конференции;
- Участие в международни конференции и семинари.

#### **Осъществени дейности през двата етапа**

- Осъществени са научните изследвания планирани в проектното предложение, като е фокусирано върху тези от тях, чиято тематика в дадения период привлича най-значителен интерес в света (подробно описание тук по-долу).
  - Подготвени, изпратени и публикувани са значителен брой статии с резултатите от осъществените изследвания предимно във водещи международни научни издания.
  - Участие в конференции/семинари, вкл. on-line по Zoom:
- 1) Annual Workshop of COST Action “QSPACE”, Sofia, 2018, Е. Нисимов  
<http://theo.inrne.bas.bg/~dobrev/QST-18.htm>  
<http://theo.inrne.bas.bg/~dobrev/QST-18-SCH.pdf>
  - 2) Xth Congress of Balkan Physical Union, Sofia, 2018, Е. Нисимов  
<https://bpu11.info/old-bpu10/bpu10.balkanphysicalunion.com/index.html>  
[https://bpu11.info/old-bpu10/bpu10.balkanphysicalunion.com/wp-content/uploads/2018/07/BPU10\\_Detailed\\_Program\\_Tentative.pdf](https://bpu11.info/old-bpu10/bpu10.balkanphysicalunion.com/wp-content/uploads/2018/07/BPU10_Detailed_Program_Tentative.pdf) стр. 8
  - 3) COST Meeting CA16104, Gravitational waves, black holes and fundamental physics (GWverse), Malta 2018, Е. Нисимов  
<https://www.um.edu.mt/events/gravitymalta2018/participants> (№ 12)

- 4) XIII Int. Workshop “Lie Theory and Its Applications in Physics”, Varna, 2019, E. Нисимов, Д. Стайкова  
<http://theo.inrne.bas.bg/~dobrev/LT-13.htm>  
<http://theo.inrne.bas.bg/~dobrev/LT-13-SCH.pdf>
- 5) 10th MATHEMATICAL PHYSICS MEETING (Belgrade): School and Conference on Modern Mathematical Physics, E. Нисимов,  
<http://www.mphys10.ipb.ac.rs/>  
<http://www.mphys10.ipb.ac.rs/pdf/mphys10-timetable-09.09.2019.pdf>
- 6) Annual Workshop of COST Action “QSPACE”, Bratislava, 2019, Д. Стайкова,  
<http://qspace19.fmph.uniba.sk/>  
[http://qspace19.fmph.uniba.sk/presentations/QSpace19\\_staicova.pdf](http://qspace19.fmph.uniba.sk/presentations/QSpace19_staicova.pdf)
- 7) Редовен семинар „Теоретична и математическа физика“, ИЯИЯЕ-БАН, Д. Стайкова, 15.11.2018  
<http://theo.inrne.bas.bg/th-seminar/>
- 8) Сесия "Седмица на Бенефициентите на ФНИ", София, 01-05.07.2019, E. Нисимов,  
<https://www.youtube.com/watch?v=DyogAtvLLe0>
- 9) Marcel Grossmann 5-10.07.2021 (zoom) - Д. Стайкова „Testing Late Time Cosmic Acceleration with uncorrelated Baryon Acoustic Oscillations dataset (приет за публикация в proceedings) - <https://indico.icranet.org/event/1/contributions/353/>  
[https://indico.icranet.org/event/1/contributions/353/attachments/266/322/DStaicova\\_MG16.pdf](https://indico.icranet.org/event/1/contributions/353/attachments/266/322/DStaicova_MG16.pdf)
- 10) COST CA18108 Annual Conference in Corfu (Greece), 06.10.2021 – 08.10.2021, Д. Стайкова “Testing late time acceleration with uncorrelated baryon acoustic oscillations datasets” (zoom) <https://indico.capa.unizar.es/event/16/contributions/234/>
- 11) XIV. International Workshop LIE THEORY AND ITS APPLICATIONS IN PHYSICS, 21.06.2021 – 25.06.2021, Д. Стайкова, “Testing late time cosmic acceleration with uncorrelated baryon acoustic oscillations dataset” (zoom)  
<http://theo.inrne.bas.bg/~dobrev/LT14-prog.pdf> стр. 3
- 12) COST CA18108 First Annual Conference - Granada (Spain), 10.03.2020 – 13.03.2020, Д. Стайкова “Cosmology from multimeasure multifield model” (poster)  
<https://indico.capa.unizar.es/event/2/contributions/59/>

- 13) Редовен семинар „Теоретична и математическа физика“, ИЯИЯЕ-БАН, 01.01.2021 – 31.12.2021, Деница Стайкова „Тестване на космологични параметри с некорелирани данни от барионни акустични осцилации" (zoom) <http://theo.inrne.bas.bg/th-seminar/>  
[http://theo.inrne.bas.bg/th-seminar/Title\\_and\\_Abstract-Denitsa\\_Staicova-INTRNE.html](http://theo.inrne.bas.bg/th-seminar/Title_and_Abstract-Denitsa_Staicova-INTRNE.html)

### **Очаквани резултати .**

Публикации в международни списания с импакт фактор и в материали на конференции.

### **Подробно описание на постигнати резултати.**

Нашата изследователска програма, като част от усилията на световната научна общност на експертите по гравитация и физика на пространство-времето, има за цел да преразгледа и разшири теорията на гравитационните взаимодействия, за да преодолее недостатъците на класическата теория на относителността на Айнщайн в квантови и космологични мащаби. Експерименталното търсене на директни доказателства за “тъмна енергия“ и „тъмна материя“ кандидати, основаващо се на допускането за пълната валидност на класическата обща теория на относителността на Айнщайн не води до убедителни резултати. Следователно, има смисъл да се търсят алтернативи извън стандартната Айнщайнова гравитация, за да се обяснят съвременните астрофизични наблюдения и феноменология.

Сърцевината на резултатите ни в трудове [1.1.1]-[1.1.8], е построяването на нови модели на единно самосъгласувано описание на еволюцията както на „ранната“, така и на „късната“ (днешната) Вселена на основата на въведения от нас в разширените гравитационни теории формализъм на неримановите форми на обем върху физическото пространствено-времево многообразие. Тези модели предлагат нови механизми на „гравитационно-подтикнато“ (gravity-assisted) динамично пораждане на спонтанното нарушение на калибровъчната симетрия на електрослабите взаимодействия (т.н. ефект на Хиггс), и на „гравитационно-подтикнато“ „удържане“(gravity-assisted confinement) на кварките в квантовата хромодинамика в слединфлационната епоха, от една страна, и от друга страна - обяснение на липсата на тези ефекти в началната фаза на „раждане“ на Вселената след „големия взрив“. Заедно с това тази теория предлага: (а) ново единно самосъгласувано описание на основните материални блокове на Вселената - „тъмната енергия“ и „тъмната материя“ като проявление на едно единствено поле на материята – скаларен „даркон“; (б) нови алтернативни модели на „раждане“ на Вселената без сингулярности (без „голям взрив“) още на класическо ниво без отчитане на квантови ефекти – т.н. „emergent universe“; (в) изследване на ефекта на топологичния инвариант на Гаус-Боне върху еволюцията на вселената и приносят му към качествено нови точни решения за черни дупки, „wormholes“, и гравитационни доменни стени – принос към по-задълбоченото разбиране на природата на компактните обекти в космологията и астрофизиката.

Формализмът на Уилър-Де Вит за квантуване на космологични модели в т.н. мини-суперпространство е от първостепенна важност за разбиране на природата на квантовата вълнова функция на Вселената. В публикация [1.1.1] е проведена систематична процедура на квантуване по Уилър-Де Вит на разширен извън Айнщайновата обща теория на относителността гравитационен модел с явно единно описание на „тъмната енергия“ и „тъмната материя“, със следните главни резултати: (а) показано е, че полето-агент на „тъмната материя“ (т.н. „даркон“) играе роля на космологично време в епохата на късната вселена; (б) в епохата на ранната вселена квантово-механичното уравнение на Уилър-Де Вит се свежда до уравнение на Шрьодингер за инвертиран хармоничен осцилатор (осцилатор с чисто имагинерна честота) и е показано отсъствието на космологични пространствено-времеви сингулярности.

В работи [1.1.9, 1.1.10, 1.1.11] е изследван числено разширеният гравитационен модел с две скаларни полета, (даркон и инфлатон), който при определени стойности на параметрите, успява да опише гладко историята на Вселената през различните епохи – големия взрив, началната инфлация, доминирането на материята и настоящето ускорено разширение на Вселената. Числените резултати показват, че е възможно качествено получаване на описаните етапи с различни конфигурации на параметрите, но са отбелязани и трудности при получаване на точните времеви периоди. Тъй като задачата е с 12 параметъра, остава отворен въпрос дали получаването на изключително кратката като време начална инфлация, в която Вселената се разширява  $e^{60}$  пъти, е възможна в рамките на теорията. Получено е също така, че моделът предполага съществуването на ненулево скаларно поле в настоящата вселена и една от възможните интерпретации е, че то е свързано с вакумното хигсово поле. Допълнително е изследван ефективният потенциал на теорията, който се счита за приблизителен и е сравнен с числено получения точен такъв. Вижда се, че ефективният потенциал описва системата много добре, с изключение на кратък период в началото, в който той се отличава съществено от числения резултат. Основно следствие от тези работи е, че потенциалът от който се получават физически интересни резултати не е тип две (полу-)безкрайни равнини свързани с остър склон, а всъщност е само склон на който се генерира еволюцията на вселената, завършващ с плато, отговарящо на период, в който “инфлатонното” скаларно поле вече не се променя и еволюцията на Вселената се определя от “дарконното” скаларно поле, т.е. от тъмната енергия. Това обяснява и наблюдаваното в началния период "катерене наобратно" на инфлатона - за кратък момент в началото на еволюцията, инфлатонното скаларно поле, вместо да се „търкаля“ надолу по ефективния потенциал, се катери нагоре. В истинския, а не "ефективен" потенциал, инфлатонът през цялото време се търкаля надолу, но този феномен позволява удължаване и засилване на началната инфлация.

В [1.1.12] са изследвани статични и бавно въртящи се компактни звезди в модела на минимална дилатонна гравитация. Последният е модел обобщаващ обща теория на относителността на Айнщайн, използвайки едно допълнително дилатонно поле и предлагащ едновременно обяснение на ефекти свързани с тъмна материя и тъмна енергия. Числено са

изследвани моделите на статични неутронни звезди, използвайки различни реалистични уравнения на състоянието, подбрани в съответствие със съвременните наблюдателни данни. По задълбочено е обърнато внимание на ефектите свързани с тъмна материя и тъмна енергия във вътрешността на звездата и техния ефект върху структурата ѝ. Пресметнати са различни променливи във вътрешността на звездите, и е изследвано тяхното поведение от центъра до повърхността на звездата, като е направено сравнение с теорията на Айнщайн. Получени са резултати за масите и радиусите на неутронни звезди с няколко уравнения на състоянието. Съществен принос е наличието на дилатонна сфера, около неутронните звезди, наречена диласфера. Тя е масивна и съставлява съществена част от масата на обекта, като е основна причина за по-големите маси на неутронни звезди в минималната дилатонна гравитация в сравнение с общата теория на относителността. Дилатонното налягане и космологичното налягане в модела отговарят на ефекти свързани с тъмна материя и тъмна енергия съответно. Те са по-внимателно изследвани, като е оценен техния принос към структурата на звездите. Тяхното влияние върху началните условия на задачата, както и връзката им с уравненията на състоянието са описани. Изследването на друг тип компактни обекти – бели джуджета – води до малко по-различни резултати. Подари по-ниската енергия на изследваните обекти, получената диласфера е със значително по-малка маса и ефекта ѝ към общата маса на обекта е значително по-малък от този при неутронните звезди. В същото време приносът, който дава моделът на минимална дилатонна гравитация за вътрешността на бели джуджета е различен, което води до по-малка маса на белите джуджета в сравнение с общата теория на относителността на Айнщайн.

Основните достижения в [1.2.1-1.2.6] са свързани със систематичното формулиране, изследване и сравняване с наличните експериментални наблюдателни резултати от най-авторитетните крупни международно научно-изследователски колаборации в областта на астрофизиката, на оригинални с предсказателен потенциал модели на динамично генерирана инфлационна фаза на космологичната еволюция на ранната вселена. Въз основа на наш признат оригинален подход в гравитационните теории основан на нов формализъм на неримановите форми на обем върху физическото пространствено-времево многообразие, и стартирайки от първоначален модел с чиста гравитация, или гравитация взаимодействаща със само едно скаларно поле получаваме разширени гравитационни модели с динамично генериран инфлатонен потенциал описващ “slow-roll” инфлация в ранната вселена и със стабилен нисколежащ минимум, съответстващ на плътността на „тъмна енергия“ в късната вселена. Намерени са явни изрази за параметрите на “slow-roll” инфлацията. Изследвана е стабилността относно пертурбации на нашите инфлационни модели и са получени числени резултати за скаларния спектрален индекс и важната характеристика „tensor-to-scalar ratio“, които са в съгласие с наблюдателните данни на международната колаборация PLANCK. Когато стартираме от първоначален модел с чиста гравитация плюс скаларно поле, в допълнение получаваме прост и явен модел на динамично генерирано единно описание на взаимодействащи помежду си „тъмна енергия“ и „тъмна материя“. Друг важен резултат е, че с помощта на този формализъм на неримановите форми на обем върху пространствено-

времето многообразия ние намираме теоретична обосновка на стандартният каноничен в космологията т.н.  $\Lambda$ CDM (“Lambda Cold Dark Matter”) модел, феноменологично описващ ефектите на „тъмна енергия“ и „тъмна материя“. Показваме, че всъщност  $\Lambda$ CDM-моделът е проявление на фундаментална нетривиална „скрита“ Нютерова симетрия в предложения нов разширен гравитационен космологичен модел. С цел отчитане на фундаментални процеси на взаимодействие между елементарните частици при (свръх)високи енергии и ефектите на гравитацията върху тях е построен разширен гравитационен модел с един неутрален скаларен инфлатон и Хигсopodobен  $SU(2) \times U(1)$  скаларен изодублет, моделиращ (част от) електрослабите взаимодействия. Този модел описва космологичен сценарий на „quintessential inflation” едновременно с гравитационно-инфлатонно динамично „асистирано“ (индуцирано) електрослабо спонтанно нарушение на  $SU(2) \times U(1)$  симетрията (ефект на Хигс) в пост-инфлационната вселена, докато  $SU(2) \times U(1)$  симетрията се запазва в инфлационната епоха на ранната вселена. Допълнителен важен интересен резултат е явното представяне на настоящия „quintessential inflationary” космологичен модел с динамичен ефект на Хигс като афинна чиста гравитация от Едингтонов тип. Развивайки нашия оригинален модел за единно описание на „тъмна енергия“ и „тъмна материя“ формулиран в рамките на подхода с нериманови форми на обем върху пространствено-времето многообразия, където гравитацията взаимодейства с две различни скаларни полета „инфлатон“ и „даркон“ (E.I. Guendelman, E. Nissimov and S. Pacheva, "Quintessential Inflation, Unified Dark Energy and Dark Matter, and Higgs Mechanism", Bulgarian Journal of Physics 44 (2017) 15-30), е доказано в [1.2.7-1.2.10], че моделът може по естествен път да опише различните фази на еволюцията на вселената - нещо което е било пренебрегвано в оригиналните работи, в които не е правено подробно изследване на числената еволюция. В случая не се използват никакви допълнителни предположения към модела, единствено се подбират началните условия. Това е нужно, тъй като в модела има силно ефективно триене, което осигурява инфлация в крайно време, която динамично генерира „slow-roll“ условията. Освен това, в тази постановка, моделът предвижда съществуването на константно скаларно поле във Вселената. Намерена е и фамилия от решения на склона на инфлационния потенциал, които запазват инфлацията и нейната сила. Те се обясняват с това, че в тези случаи, „инфлатонът“ не слиза по ефективния потенциал, а вместо това се изкачва нагоре, като по този начин води до по-изразена и дълга инфлационна епоха. Сравнени са динамичните и потенциалните „slow-roll“ параметри, от което се вижда, че вторите описват по-добре началото и края на инфлацията. Разгледани са частни случаи на този модел, при които кинетичните членове на двете полета се отделят един от друг, също е премахнат „тъмният“ заряд от модела. Показано е, че в този случай все още моделът описва трите епохи на еволюцията на Вселената и произвежда необходимият брой е-фолди (параметър, с който се описва колко пъти Вселената е увеличила обема си по време на инфлацията). Вижда се също, че „инфлатонът“ все така върви назад в някои случаи, изкачвайки потенциала, като това изкачване поддържа инфлацията. Това явление се случва заради взаимодействието на двете полета – „инфлатон“ и „даркон“ и е наблюдавано в

рамките на други независими от този модели (т.нар. хиперинфлационни модели). Разгледани са отделно адиабатната и фазовата скорост на звука и се оказва, че докато адиабатната скорост може да стане имагинерна, фазовата остава равна на скоростта на светлината.

Публикации:

[1.1.1] E.I. Guendelman, **E. Nissimov and S. Pacheva**, Wheeler-DeWitt Quantization of Gravity Models of Unified Dark Energy and Dark Matter, Springer Proceedings in Mathematics and Statistics v.255: Quantum Theory and Symmetries with Lie Theory and Its Applications in Physics, vol.2, ed. V. Dobrev, pp.99-114 (Springer, Tokyo, Heidelberg) 2018, [https://doi.org/10.1007/978-981-13-2179-5\\_7](https://doi.org/10.1007/978-981-13-2179-5_7), **SJR 0.161** (подкрепа от настоящия договор 70%)

[1.1.2] E.I. Guendelman, **E. Nissimov and S. Pacheva**, Quintessence, Unified Dark Energy and Dark Matter, and Confinement/Deconfinement Mechanism, "Ninth Mathematical Physics Meeting", pp.237-252, B. Dragovic et.al. eds., ISBN: 978-86-82441-48-9, (Belgrade Inst. Phys. Press, 2018), <http://www.mphys9.ipb.ac.rs/proceedings9.html>, <http://www.mphys9.ipb.ac.rs/proceedings9/Nissimov.pdf> (подкрепа от настоящия договор 70%)

[1.1.3] E.I. Guendelman, **E. Nissimov and S. Pacheva**, Confinement/Deconfinement and Gravity-Assisted Emergent Higgs Mechanism in Quintessential Cosmological Model, "Jacob Bekenstein Memorial Volume" (World Scientific, 2019), <http://arxiv.org/abs/1804.07925>, <https://doi.org/10.1142/11373> (book) [https://www.worldscientific.com/doi/10.1142/9789811203961\\_0020](https://www.worldscientific.com/doi/10.1142/9789811203961_0020) (подкрепа от настоящия договор 70%)

[1.1.4] E.I. Guendelman, **E. Nissimov and S. Pacheva**, Modified Gravity and Inflation Assisted Dynamical Generation of Charge Confinement and Electroweak Symmetry Breaking in Cosmology, AIP Conference Proceedings 2075, 090030 (2019), <https://aip.scitation.org/doi/pdf/10.1063/1.5091244>, **SJR 0.18** (подкрепа от настоящия договор 70%)

[1.1.5] E.I. Guendelman, **E. Nissimov and S. Pacheva**, Gauss-Bonnet Gravity in D=4 Without Gauss-Bonnet Coupling to Matter -Cosmological Implications, Modern Physics Letters A34 (2019) 1950051, <https://www.worldscientific.com/doi/10.1142/S0217732319500512>, **Q2, IF 1.308** (подкрепа от настоящия договор 70%)

[1.1.6] E.I. Guendelman, **E. Nissimov and S. Pacheva**, Four-Dimensional Gauss-Bonnet Gravity Without Gauss-Bonnet Coupling to Matter – Spherically Symmetric Solutions, Domain Walls and Spacetime Singularities, in Proceedings of 2018 Bahamas Advanced Study Institute's Conference



(BASIC 2018), Bulgarian Journal of Physics 48 (2021) 087-116, <https://www.bjp-bg.com/paper1.php?id=1245> (подкрепа от настоящия договор 70%)

[1.1.7] D. Benisty, E.I. Guendelman, A. Kaganovich, **E. Nissimov and S. Pacheva**, Modified Gravity Theories Based on the Non-Canonical Volume-Form Formalism, in Springer Proceedings in Mathematics and Statistics, vol.335, pp.239-252, ed. V Dobrev, Springer (2020), [https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-981-15-7775-8\\_15](https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-981-15-7775-8_15), **SJR 0.161** (подкрепа от настоящия договор 70%)

[1.1.8] D. Benisty, E.I. Guendelman, **E. Nissimov and S. Pacheva**, Dynamically Generated Inflation from Non-Riemannian Volume Forms, European Physical Journal C79 (2019) 806, <https://link.springer.com/article/10.1140/epjc/s10052-019-7310-6> , **Q1, IF 4.59** (подкрепа от настоящия договор 70%)

[1.1.9] **D. Staicova**, M. Stoilov, Cosmological solutions from models with unified dark energy and dark matter and with inflaton field, Springer Proceedings in Mathematics and Statistics v.255: Quantum Theory and Symmetries with Lie Theory and Its Applications in Physics, vol.2, ed. V. Dobrev, pp.251-260 (Springer, Tokyo, Heidelberg) 2018, **SJR 0.161**, DOI: 10.1007/978-981-13-2179-5\_19 , [https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-981-13-2179-5\\_19](https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-981-13-2179-5_19) (подкрепа от настоящия договор 33%)

[1.1.10] **D. Staicova**, M. Stoilov, Cosmological solutions from multi-measure model with inflaton field, ArXiv:1806.08199, <https://arxiv.org/abs/1806.08199> and Symmetry, 11 (11), 1387,2019, IF (Web of Science): 2.143 **Q2** (Web of Science), <https://www.mdpi.com/2073-8994/11/11/1387>, (подкрепа от настоящия договор 33%)

[1.1.11] **D. Staicova**, The multi-measure cosmological model and its peculiar effective potential, AIP Conference Proceedings 2075, 100003 (2019), **SJR 0.18**, <https://aip.scitation.org/doi/10.1063/1.5091247> (подкрепа от настоящия договор 33%)

[1.1.12] **K. Marinov**, Extended Theories of Gravity and Their Applications for Neutron Stars, Ph.D. thesis (2019) <https://astro.bas.bg/AIJ/issues/n33/KMarinov.pdf> - резюме

[1.2.1] D. Benisty, E.I. Guendelman, **E. Nissimov** and **S. Pacheva**, Dynamically Generated Inflationary Two-Field Potential via Non-Riemannian Volume Forms", Nuclear Physics B951 (2020) 114907, **Q1, IF 5.105**, <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0550321319303931?via%3Dihub> (подкрепа от настоящия договор 70%)

[1.2.2] D. Benisty, E.I. Guendelman, **E. Nissimov** and **S. Pacheva**, Non-Riemannian Volume Elements Dynamically Generate Inflation, Proceedings of "Tenth Mathematical Physics Meeting", Belgrade 2019, eds. B. Dragovich, I. Salom and M. Vojinovich, ISBN 978-86-82441-51-9, Belgrade Inst. Physics Publ., 2020, <http://www.mphys10.ipb.ac.rs/proceedings.html>, <http://www.mphys10.ipb.ac.rs/proceedings10/Benisty-Guendelman-Nissimov-Pacheva.pdf> (подкрепа от настоящия договор 70%)

[1.2.3] D. Benisty, E.I. Guendelman, **E. Nissimov** and **S. Pacheva**, Dynamically Generated Inflationary Lambda-CDM, Symmetry 2020, 12, 481 (Special Issue "Selected Papers: 10th Mathematical Physics Meeting", ed. B. Dragovich), doi:10.3390/sym12030481, [https://www.mdpi.com/2073-8994/12/3/481?type=check\\_update&version=1](https://www.mdpi.com/2073-8994/12/3/481?type=check_update&version=1) , **Q2**, IF 2.713 (подкрепа от настоящия договор 50%)

[1.2.4] D. Benisty, E.I. Guendelman, **E. Nissimov** and **S. Pacheva**, Quintessential Inflation with Dynamical Higgs Effect Generation as a Purely Affine Gravity", Symmetry 12 (2020) 734 (Special Issue "Global and Local Scale Symmetry in Gravitation and Cosmology", ed. E. Guendelman), <https://www.mdpi.com/2073-8994/12/5/734> , **Q2**, IF 2.713 (подкрепа от настоящия договор 70%)

[1.2.5] D. Benisty, E.I. Guendelman, **E. Nissimov** and **S. Pacheva**, LambdaCDM as a Noether Symmetry in Cosmology, International Journal of Modern Physics D29 (2020), doi:10.1142/S0218271820501047, <https://www.worldscientific.com/doi/abs/10.1142/S0218271820501047> , **Q2**, IF 2.461 (подкрепа от настоящия договор 70%)

[1.2.6] D. Benisty, E.I. Guendelman, A. Kaganovich, **E. Nissimov** and **S. Pacheva**, Non-Canonical Volume-Form Formulation of Modified Gravity Theories and Cosmology, European Physics Journal Plus 136 (2021) 46, <https://link.springer.com/article/10.1140/epjp/s13360-020-01048-6> , **Q1**, IF 3.911 (подкрепа от настоящия договор 70%)

[1.2.7] **D. Staicova**, M. Stoilov, Cosmology from multimeasure multifield model, International Journal of Modern Physics A34, 1950099 (2019), <https://www.worldscientific.com/doi/abs/10.1142/S0217751X19500994>, **Q2**, IF 1.308 (процент финансиране от договора 33%)

[1.2.8] **Denitsa Staicova**, The role of the slope in the the multi-measure cosmological model, Contribution to XIII-th International Workshop "Lie Theory and Its Applications in Physics", Varna (2019), 335, Springer Proceedings in Mathematics and Statistics, 2020, ISBN:978-981-15-7774-1, DOI:[https://doi.org/10.1007/978-981-15-7775-8\\_20](https://doi.org/10.1007/978-981-15-7775-8_20), 299-308, **SJR=0.203**, [https://link.springer.com/chapter/10.1007%2F978-981-15-7775-8\\_20](https://link.springer.com/chapter/10.1007%2F978-981-15-7775-8_20) (финансиране 33%)

[1.2.9] David Benisty, **Denitsa Staicova**, Testing Late Time Cosmic Acceleration with uncorrelated Baryon Acoustic Oscillations dataset, Astronomy&Astrophysics 647, A38 (2021), [https://www.aanda.org/articles/aa/full\\_html/2021/03/aa39502-20/aa39502-20.html](https://www.aanda.org/articles/aa/full_html/2021/03/aa39502-20/aa39502-20.html), IF 5.802, Q1 (процент финансиране от договора 33%)

[1.2.10] **Denitsa Staicova**, Special cases of the Multi-Measure Model -- understanding the prolonged inflation, [arXiv:2011.02967](https://arxiv.org/abs/2011.02967), to be published (процент финансиране от договора 33%)

## **Работен пакет 2: Холографско съответствие: квазикласически и квантови свойства**

### **Планирани дейности от работните програми за двата етапа**

- Изследователски дейности:

**Дейност 2.1.** (от Етап 1) Холографско съответствие: намиране на интегрируеми структури в холографски модели и изследване на тяхната роля. Класически и квантови аспекти.

**Дейност 2.2.** (от Етап 1) Холографско съответствие: конструкция на основни характеристики на холографски модели в ниски размерности чрез интегрируеми структури. Класически и квантови свойства.

**Дейност 2.3.** (от Етап 1) Холографско съответствие: деформирани холографски модели и тяхната точна решаемост. Модел на Шрьодингер.

**Дейност 2.1.** (от Етап 2) Холографско съответствие: класически аспекти на реконструкцията на теорията в обемащите пространства.

**Дейност 2.2.** (от Етап 2) Холографско съответствие: деформирани холографски модели – класически и квантови свойства.

**Дейност 2.3.** (от Етап 2) Холографско съответствие: струнни реализации на холографски модели.

- Подготовка и публикуване на научни статии (предимно в международни списания с импакт-фактор);
- Подготовка на презентации с цел представяне на резултатите на семинари и международни конференции;
- Участие в конференции и семинари.

### **Осъществени дейности**

- Осъществени са всички научни изследвания планирани в проектното предложение (подробно описание тук по-долу).
  - Подготвени, изпратени и публикувани са статии с резултати от осъществените изследвания.
  - Участие в конференции/семинари:
- 1) Р. Рашков: “Remarks on some integrable structures in low-dimensional holography”, talk at “Correlation Functions in Solvable Models”, 8 June 2018, NORDITA, Stockholm. <https://indico.fysik.su.se/event/6135/timetable/#20180608>
  - 2) Strings 2020, June 29, 2020 to July 3, 2020, Cape Town, South Africa, Р. Рашков <https://indico.cern.ch/event/929434/registrations/participants>
  - 3) String 2021, June 21 - July 2, 2021 | ICTP-SAIFR, São Paulo, Р. Рашков <https://www.ictp-saifr.org/strings2021/> <https://www.ictp-saifr.org/wp-content/uploads/2021/11/Strings-2021-final-list.pdf> Р. Рашков е участник 1719 (стр. 19)

### **Очаквани резултати .**

Публикации в международни списания с импакт фактор и в материали на конференции.

### **Подробно описание на постигнати резултати.**

Много интегрируеми структури, залежали в основата на холографската дуалност, се запазват при преход между теории със силна и слаба константа на връзката. Поради тази причина са намерени разлагания на ентропията на сплитане в двумерно пространство по  $SL_2$  проективни инварианти и е получено представяне чрез тау-функции на бездисперсионна интегрируема йерархия на Тода [2.2.2]. Получени са три различни нейни представяния в единичен интервал:

- Развитие в ред по инварианти на Ахаронов или по Шварциана и негови производни.
- Развитие в ред по полиноми на Фабер или по коефициенти на Грунски.
- Като втори производни на тау-функцията на бездисперсионна Тода интегрируема йерархия.

Намерени са нови представяния на висши проективни инварианти и тяхната връзка с холографски характеристики. Също така е получена връзка между холографски Уилсънови линии, тау-функциите и ентропията на сплитане на холографски състояния.

Резултатите са обобщени за  $SL_n$  проективни инварианти под формата на полиноми на Бел [2.2.2]. Разгледани са интегрируеми деформации от инвариантни оператори на действие с високи спинове. Конструирани са т. нар. нерелевантни деформации на холографски модели с висши спинове, запазващи интегрируемостта на теорията. Предложен е механизъм за такива

деформации за теории с висши спинове на класическо и квантово ниво. Предложено е действие за холографски теории с висши спинове, което е обобщение на т. нар. двоен Шварциан, получаващ се от модела на Сахдев-Ие-Китаев (SYK). Предложена е връзка между пространството на унивалентни функции и тривиалната точка на универсалния Грасманиан на Сато.

Получени и изследвани са клас от решения, представляващи пулсиращи струни в пространство на Шрьодингер [2.2.1]. За получаването им е използван нулев туист на Мелвин и подходящ анзац, описващ конфигурация на кръгова струна. Разглеждайки бозонната част на струнното действие в конформна калибровка, са намерени уравненията за движение на струните заедно със съответните връзки на Вирасоро. Получаването на периодични решения предопределя налагането на допълнителни условия, водещи до няколко дефиниционни области на параметрите на теорията, във всяка от които са намерени аналитични решения, представляващи комбинации от тригонометрични и елиптични функции на Якоби.

За конфигурацията на пулсиращи струни в пространство на Шрьодингер е получен Хамилтонианът и ефективната вълнова функция. Използвайки теория на пертурбациите са получени поправки към енергията на струната, които съответстват на аномалните размерности на оператори в съответната дуална калибровъчна теория. Показано е, че непертурбираният енергетичен спектър е еквилистен и не зависи от В-полето, докато първата поправка съдържа фактор пропорционален на него. Получени са и експлицитни изрази за поправките от по-висок ред под формата на обобщени хипергеометрични функции.

Разгледани са осцилатори с висши производни (т. нар. осцилатори на Пайс-Уленбек), които се появяват в граница на Пенроуз на теория, която е неабелева Т-дуална на струнна теория в  $AdS_5 \times S^5$  пространство-време [2.1.1]. Показано е, че наличието на В-поле на Калб-Рамон в действието на затворена струна заплита две от уравненията за движение, получавайки ефективно осцилатор на Пайс-Уленбек от четвърти ред. Това означава, че инфрачервената и ултравиолетовата граници на неабелевото Т-дуално решение могат да се опишат с осцилатори от висок ред.

Изследвани са информационно-теоретични характеристики на затворени бозонни струни в хомогенен квазикласически фон [2.1.2]. В контекста на термодинамичната динамика са пресметнати разширената ренормализирана ентропия на сплитане на струна и съответната метрика на Фишер на нейното статистическо многообразие. Дискутирана е процедура за възстановяване на функцията на плътността на вероятността от дадена информационна метрика на Фишер.

Изучени са термодинамичните свойства на черна дупка в изкривено  $AdS_3$  пространство използвайки мощния апарат на термодинамичната информационна геометрия [2.1.3]. Анализът е съсредоточен върху намирането на множеството от термодинамични Риманови метрики върху пространството от равновесни състояния заедно с условията за локална и глобална термодинамична стабилност. Резултатите са използвани за налагане на ограничения върху стойностите на левите и десните централни заряди от дуалната конформна теория на полето и върху параметрите на гравитационната теория в обемащото

пространство. Поради универсалността на нашите разглеждания, част от изследванията са валидни за пространства с произволна размерност.

Показано е забележително свойство на матричните модели — техните точни (непертурбативни) статистически функции са еднозначно определени от единствено уравнение, което представлява  $w$ -еквивалент на струнното уравнение [2.2.3]. Свойството е в сила за всички основни модели — правоъгълен комплексен, Ермитов, унитарен, Концевич и обобщен Концевич. С изключение на последния модел, съответните  $w$ -оператори възпроизвеждат  $W$ -представянията на съответните статистически функции.

В случая на КР суперинтегруемост връзките на Вирасоро са еквивалентни на прости рекурсивни формули, които имат за решения подходящи комбинации от характери [2.2.4]. Описан е начин за извеждане на суперинтегруемост от връзките на Вирасоро за Гаусовият Ермитов матричен модел. Показано е, че връзките на Вирасоро могат да се формулират като съотношения между функциите на Шур.

Намерени са експлицитни решения за гигантски магнони и шипковидни струни в пространство на Шрьодингер  $Schr_5 \times T^{1,1}$  и са пресметнати дисперсионните съотношения [2.2.5]. Направена е хипотеза, че холографската дуална полева теория представлява нелокална диполно-деформирана конформна полева теория със силна константа на връзката. Показано е, че за разлика от симетричния случай на сферично вътрешно пространство, зависимостта между запазващите се заряди в дисперсионните съотношения е трансцедентна. Намерени са решенията в определени граници и резултатите са сравнени с известните в литературата.

Разгледано е приложение на метода на Фредхолм в холографската дуалност по две направления [2.2.6]. Първото е получаването на дисперсионни съотношения за клас от пулсиращи струнни решения. Второто е изучаването на деформации от единично/двойно-следови оператори.

Изучена е динамиката на пулсиращи струни в пространство, представляващо произведение на петмерно пространство на Шрьодингер и  $T^{1,1}$  конифолд с ненулево  $B$ -поле [2.2.7]. Шрьодингер часта от пространство-времето е получена от  $AdS_5 \times T^{1,1}$  посредством прилагането на нулев Мелвин туист. С помощта на подходящ анзац за пулсиращи струни са получени класическите уравнения за движение и връзките на Вирасоро в конформна калибровка и са намерени решения в термините на елиптични функции на Якоби. Пресметната е и енергията на пулсираща струна.

Използвайки факта, че квадратичният Хамилтониан на пулсираща струна има формата на Хамилтониан на точкова частица, са пресметнати поправките към енергията в теория на пертурбациите. Получено е уравнението за вълновата функция, което представлява Фуксово диференциално уравнение от втори ред. Уравнението може да бъде опростено в квазикласическо приближение и съответно решено. Получена е първата поправка към енергията, която определя аномалните размерности на операторите в дуалната полева теория.

Изучена е информационната метрика на Фишер върху пространството на куплиращи константи от двете страни на дуалността между нерелативистки диполни полеви теории и струнна теория в пространство на Шрьодингер [2.2.8]. Разгледана е следната постановка.

От страна на калибровъчната теория, една конформна теория на полето може да бъде деформирана от подходящ скаларен оператор, а квантовата информационна метрика може да бъде пресметната посредством двуточковата корелационна функция на два такива оператора. От страна на струнната теория, тази деформация съответства на скаларно поле във фоновата геометрия. Разглеждайки асимптотичното поведение на холографската метрика на Фишер близо до границата на пространство-време на Шрьодингер е показано, че нейната разходимост съвпада с разходимостта на дуалната квантова теория до първи порядък.

Публикации:

[2.1.1] H. Dimov, **S. Mladenov**, **R. Rashkov** and T. Vetsov, Higher-Derivative Oscillators in  $AdS_5 \times S^5$  T-Dual Penrose Limits, "Quantum Theory and Symmetries with Lie Theory and Its Applications in Physics Volume 1, Springer Proceedings in Mathematics & Statistics 263, V. Dobrev (ed.), Springer (2018), **SJR 0.161**, [https://doi.org/10.1007/978-981-13-2715-5\\_22](https://doi.org/10.1007/978-981-13-2715-5_22).

[2.1.2] H. Dimov, **S. Mladenov**, **R. Rashkov** and T. Vetsov, Information Geometry of Strings on Plane Wave Background, "Quantum Theory and Symmetries with Lie Theory and Its Applications in Physics Volume 2, Springer Proceedings in Mathematics & Statistics 255, V. Dobrev (ed.), Springer (2018), **SJR 0.161**, [https://doi.org/10.1007/978-981-13-2179-5\\_15](https://doi.org/10.1007/978-981-13-2179-5_15), (33% DN-18/1)

[2.1.3] H. Dimov, **R. C. Rashkov**, and T. Vetsov, Thermodynamic information geometry and complexity growth of a warped AdS black hole and the warped  $AdS_3/CFT_2$  correspondence, *Phys. Rev. D* **99**, 126007 (2019), (33% DN-18/1)  
<https://arxiv.org/abs/1902.02433>, <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.99.126007>. (IF: 5.296, Q1)

[2.2.1] H. Dimov, M. Radomirov, **R.C. Rashkov** and T. Vetsov, On pulsating strings in Schrödinger backgrounds, *JHEP* **10** (2019), 094,  
<https://arxiv.org/abs/1903.07444>, [https://doi.org/10.1007/JHEP10\(2019\)094](https://doi.org/10.1007/JHEP10(2019)094). (IF: 5.810, Q1) (No. 13 от Етап 1 - публикувана) (50% DN-18/1, 50% H-28/5)

[2.2.2] **R.C. Rashkov**, On some (integrable) structures in low-dimensional holography, *Nucl. Phys. B* **951** (2020), 114889, <https://doi.org/10.1016/j.nuclphysb.2019.114889>. (IF: 2.759, Q1) (No. 14 от Етап 1 - публикувана) (50% DN-18/1, 50% H-28/5)

[2.2.3] A. Mironov, V. Mishnyakov, A. Morozov and **R. Rashov**, Matrix model partition function by a single constraint, *Eur. Phys. J. C* **81**, no.12, 1140 (2021),  
<https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-021-09912-0>. (IF: 4.590, Q1) (50% DN-18/1, 50% H-28/5)

[2.2.4] A. Mironov, V. Mishnyakov, A. Morozov and **R. Rashkov**, Virasoro Versus Superintegrability. Gaussian Hermitian Model, *JETP Lett.* **113**, no.11, 728-732 (2021),  
<https://doi.org/10.1134/S0021364021120018>. (IF: 1.532, Q2) (50% DN-18/1, 50% H-28/5)

[2.2.5] A. Golubtsova, H. Dimov, I. Iliev, M. Radomirov, **R. C. Rashkov**, T. Vetsov, More on Schrodinger holography, **JHEP**, vol: 8, issue: 090, 2020, [https://doi.org/10.1007/JHEP08\(2020\)090](https://doi.org/10.1007/JHEP08(2020)090). (IF: 5.810, Q1) (50% DN-18/1, 50% H-28/5)

[2.2.6] Dimov H., **Rashkov R. C.**, Vetsov T., Remarks on fields with a holographic dual, **Annals of the University of Craiova**, Physics Volume 30, Pages 35 – 51, 2020, [http://cis01.central.ucv.ro/pauc/vol/2020\\_30\\_part2/4\\_Rashkov.pdf](http://cis01.central.ucv.ro/pauc/vol/2020_30_part2/4_Rashkov.pdf). (IF: 0.95, Q4) (50% DN-18/1, 50% H-28/5)

[2.2.7] A. Golubtsova, H. Dimov, I. Iliev, M. Radomirov, **R. C. Rashkov**, T. Vetsov, Pulsating strings in  $Schr_5 \times T^{1,1}$  background, **J. Phys. A: Math. Theor.** vol: 54, issue: 3, 2021, <https://doi.org/10.1088/1751-8121/abc7e9> (IF: 2.132, Q1) (50% DN-18/1, 50% H-28/5)

[2.2.8] H. Dimov, I. N. Iliev, M. Radomirov, **R. C. Rashkov**, T. Vetsov, “Holographic Fisher information metric in Schrödinger spacetime”, **Eur. Phys. J. Plus** (2021) 136:1128, <https://doi.org/10.1140/epjp/s13360-021-02109-0>. (IF: 3.911, Q2) (50% DN-18/1, 50% H-28/5)

### Работен пакет 3: Симетрийни аспекти на проекта

#### Планирани дейности от работната програма

- **Изследователски дейности:**

**Дейност 3.1** от работната програма за **първия етап**: Конструирание на оператори, които са инвариантни спрямо многопараметрични квантово-групови деформации.

**Дейност 3.2** от работната програма за **първия етап**: Нови примери на 3-точкови функции в конформни Тода теории.

**Дейност 3.3** от работната програма за **първия етап**: Изясняване Ли (супер)алгебричната структура зад смесена система от парафермиони и парабозони с относителни паразонни релации.

**Дейност 3.4** от работната програма за **първия етап**: Построяване пространството на Фок за смесена система от  $m$  парафермиони и  $n$  парабозони с относителни паразонни релации.

**Дейност 3.5** от работната програма за **първия етап**: Пресмятане на коефициентите на Клебш-Гордан за ковариантните представяния на  $gl(n|n)$  модулите.

**Дейност 3.1** от работната програма за **втория етап**: Намиране на решения на квантови инвариантни уравнения за многопараметрични квантово-групови деформации



**Дейност 3.2** от работната програма за **втория етап**: Обобщение на bulk пространства за по-високи размерности с оглед намиране сплитачни оператори boundary-to-bulk

**Дейност 3.3** от работната програма за **втория етап**: Конформни корелатори в 4-мерно пространство-време.

**Дейност 3.4** от работната програма за **втория етап**: Изясняване Ли (супер)алгебричната структура зад смесена система от парафермиони и парабозони с относителни напълно комутиращи и напълно антикомутиращи относителни релации. Пресмятане на коефициентите на Клебш-Гордан за ковариантните представяния на  $gl(\infty|\infty)$  модулите. Построяване пространството на Фок за смесена система от безброй много парафермиона и парабозона с относителни паразонни релации.

- Подготовка и публикуване на научни статии (главно във водещи международни списания);
- Подготовка на презентации с цел представяне на резултатите на семинари и международни конференции;
- Участие в конференции и семинари.

#### **Осъществени дейности**

- Осъществени са всички научни изследвания планирани в проектното предложение (подробно описание тук по-долу).
- Подготвени, изпратени и публикувани са статии с резултати от осъществените изследвания.
- Участие в конференции/семинари:

(1) 32-ри Международен Колоквиум по Групово-Теоретични Методи във Физиката, Чешки технически университет в Прага, Република Чехия 9-13 юли 2018

<http://kmlinux.fjfi.cvut.cz/~burdices/Group32/new-booklet.pdf>

стр. 21 - абстракт на доклада на В. Добрев, на стр. 70 - на Н. Стоилова

(2) 10та юбилейна конференция на Балканския физически съюз - BPU-10, 26 – 30 август 2018, София. (стр. 8 – постер Н. Стоилова) [https://bpu11.info/old-bpu10/bpu10.balkanphysicalunion.com/wp-](https://bpu11.info/old-bpu10/bpu10.balkanphysicalunion.com/wp-content/uploads/2018/07/BPU10_Detailed_Program_Tentative.pdf)

[content/uploads/2018/07/BPU10\\_Detailed\\_Program\\_Tentative.pdf](https://bpu11.info/old-bpu10/bpu10.balkanphysicalunion.com/wp-content/uploads/2018/07/BPU10_Detailed_Program_Tentative.pdf)

(3) XXVI International Conference on Integrable Systems and Quantum Symmetries", Prague, 8 - 12 July 2019, пленарен доклад, В. Петкова

[http://kmlinux.fjfi.cvut.cz/~burdices/ISQS26/abstracts\\_01\\_07\\_2019.pdf](http://kmlinux.fjfi.cvut.cz/~burdices/ISQS26/abstracts_01_07_2019.pdf) стр. 7

- (4) International Conference "Integrability in gauge and String Theories 2019", July 15 - 19, 2019, Stockholm, Sweden, В. Петкова  
<https://indico.fysik.su.se/event/6241/page/417-slides-from-talks>
- (5) International Workshop "Supersymmetries and Quantum Symmetries - SQS'19", August 26 - 31, 2019, Yerevan, Armenia, В. Петкова, <http://theor.jinr.ru/sqs19/venue.html>
- (6) XI International Symposium "Quantum Theory and Symmetries", Montreal, 1-5.7.2019, В. Добрев. <http://www.crm.umontreal.ca/2019/QTS2019/pdf/dobrev.pdf>
- (7) Plenary talk at International Bogolyubov Conference, September 9-13, 2019, Moscow-Dubna, <http://theor.jinr.ru/~bog2019/files/Program-Bog19.pdf> (page 6), В. Добрев
- (8) Invited talk at Workshop on Quantum Geometry, Field Theory and Gravity, 18-25.9.2019, Corfu Summer Institute.  
<http://www.physics.ntua.gr/corfu2019/Program/nc.pdf> (page 16), В. Добрев
- (9) Invited Talk at online-conference: Symmetry 2021 - The 3rd International Conference on Symmetry (8-13.8.2021).  
<https://symmetry2021.sciforum.net/#physics-session> (August 10), В. Добрев
- (10) Invited Talk at Workshop on Quantum Geometry, Field Theory and Gravity, (online), Corfu, September 20-27, 2021. <http://www.physics.ntua.gr/corfu2021/Program/nc.pdf> (page 4), В. Добрев

### **Очаквани резултати .**

Публикации в международни списания с импакт фактор и в материали на конференции.

### **Подробно описание на постигнати резултати.**

Основните резултати в работи [3.1.1]-[3.1.4], [3.2.1-3.2.10] са в областта на конструкция на оператори инвариантни спрямо многопараметрични квантово-групови деформации на различни алгебри на Ли. За това беше нужно най-напред изследване на тези деформации и на представяния върху тях. Повечето резултати са по класификация на приводимите представяния (модули на Верма) на различни алгебри на Ли. Заедно с това се постигна класификация на съответните инвариантни диференциални оператори. Построили сме представяния на многопараметричните квантови алгебри  $U_{q,q}(gl(n))$  and  $U_{q,q}(sl(n))$  използвайки

тяхната дуалност с многопараметричните матрични квантови групи  $GL_{qq}(n)$ ,  $SL_{qq}(n)$ , съответно. Тези обекти зависят от  $\frac{n(n-1)}{2} + 1$  деформационни параметри  $q, q_{ij}$  ( $1 \leq i < j \leq n$ ), което е максималното възможно за случая на  $GL(n)$ . Самите представяния се индексират с  $n - 1$  комплексни числа  $r_i$ , а пространствата на представянията са пространства от формални степенни редове на  $\frac{n(n-1)}{2}$  некомутиращи променливи. Тези променливи генерират квантови флагове на  $GL_{qq}(n)$ ,  $SL_{qq}(n)$ . Тези резултати бяха нужни за явни конструкции на деформации на диференциални оператори, инвариантно действащи в тези пространства. Дали сме интерпретация чрез алгебри на Йордан на максималните параболични подалгебри на изключителните некомпактни алгебри на Ли. За изключителната алгебра на Ли  $G_{2(2)}$ , която е реална форма на комплексната алгебра  $G_2$  е важно, че индуциращата параболична алгебра е от тип на Хайзенберг, което е важно за евентуални приложения във физиката. За алгебрата на Якоби е направена класификация на приводимите модули на Верма и е направена явна конструкция на инвариантните диференциални оператори като се използват векторните полета над алгебрата. За реалните форми  $F'_4$  и  $F''_4$  на комплексната алгебра  $F_4$ , и за алгебрата  $SO^*(8)$  са направени пълните класификации. Използвайки индуциращите параболични подалгебри, разгледахме връзката между параболичните подалгебри на реалните полупрости алгебри на Ли и на техните комплексификации. Два случая изследвахме подробно: конформната алгебра на 4-мерно пространство на Минковски и минималните параболични подалгебри на произволни реални полупрости алгебри.

В работа [3.1.5] са намерени 3-точковите функции в 4-мерен конформен модел, обобщаващ 2-мерния модел на Лиувил, който допуска и обобщение за 4-мерни модели - аналози на 2-мерните Тода теории. Макар и публикувана само като електронен препринт, работата има вече голям брой независими цитата. В публикации [3.1.6]-[3.1.7], [3.2.11] е решена задачата за описание на клас 4-точкови функции на BPS оператори, т.е., такива оператори, които запазват каноничните си размерности при взаимодействие, обаче операторните им произведения включват оператори с аномални размерности, зависещи от константата на връзка. Тяхното пресмятане се свежда до изчисляването на специфични амплитуди, т.н. "октагонни" формфактори. Октагонът е представен първо като пфафиан на Фредхолм, което позволи ефективно да се пресметнат многократните интеграли във всеки член от безкрайния ред, дефиниращ октагона като полиноми от следите на полу-безкрайна матрица. Развитият подход позволи задачата за пресмятане на многократни интеграли да се сведе до пресмятане на прост интеграл. Резултатът е явен израз, валиден за произволна стойност на константата на връзка. При ниски стойности на константата на връзка всеки коефициент в разложението по константата на връзка се задава с полином от функции, известни като пресмятащи т.н. стълбични интеграли в теорията, изразяващи се чрез полилогаритми. Показано е, че тези корелатори се изразяват със средните на вертексни оператори в ефективна 2-мерна теория. Доказано е предположението за съществуването на трансформация на подобие, която значително опростява формулата за октагона и дава възможност той да се изрази не само като пфафиан, но и като детерминанта на Фредхолм.

Алгебричните структури зад смесени системи от парабозони и парафермиони са супералгебрата на Ли  $B(m|n) \equiv osp(2m + 1|2n)$  и нейната градуирана алтернатива, а именно  $Z_2 \times Z_2$ -градуираната ортосимплектична супералгебра на Ли  $spo(2m + 1|2n)$ . За класа от представяния на  $spo(2m + 1|2n)$ , съответстващи на Фоковите пространства на системи от  $m$  парабозони и  $n$  парафермиони, са намерени характеристиките, пресметнати са супер размерностите им и тези представяния са построени в явен вид, т.е. въведен е базис и е намерено действието на парабозоните и парафермионите върху базисните вектори. Решените проблеми са актуални, поради факта, че парабозоните и парафермионите с порядък на статистиката  $p = 2$  са кандидати за частици на тъмната материя в съвременните гравитационни теории. За безкрайномерния аналог на  $B(m|n)$ , а именно  $B(\infty, \infty)$ , е построен класът от представяния, съответстващ на пространството на състоянията (Фоковото пространство) на безброй много парафермиона и безброй много парабозона. За целта дефинирахме супералгебрата на Ли от безкраен ранг  $B(\infty, \infty)$  в матрична форма, която не е тривиално обобщение на крайномерния случай, въведохме нов базис на Гелфанд-Цетлин и пресметнахме матричните елементи. Последните са произведение от коефициентите на Клебш-Гордан за ковариантните представяния на  $gl(\infty|\infty)$  модулите и така наречените редуцирани матрични елементи. Тези резултати са публикувани в [3.1.8]-[3.1.11], [3.2.12].

Публикации:

[3.1.1] **V.K. Dobrev**, Multiparameter Quantum Group and Quantum Minkowski Space-Time, Physics of Particles and Nuclei, 49, No. 5, (2018) 818–822. ISSN 1063-7796, IF=0.786, **Q4**, <https://link.springer.com/article/10.1134%2FS1063779618050180>

(подкрепа от настоящия договор 70%)

[3.1.2] **V.K. Dobrev**, Representations of Multiparameter Quantum Groups”, Physics of Atomic Nuclei, 81, No. 6, (2018) 826–831. ISSN 1063-7788, IF=0.524, **Q4**.

<https://link.springer.com/article/10.1134%2FS1063778818060121> (подкрепа от настоящия договор 50%)

[3.1.3] **V.K. Dobrev**, Multiplet Classification of Reducible Verma Modules over the  $G_2$  Algebra, J. Phys.: Conf. Ser. 1194 (2019) 012027. ISSN 17426588, SJR=0.22, **Q3**,

<https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1742-6596/1194/1/012027/meta> (подкрепа от настоящия договор 50%)

[3.1.4] **V.K. Dobrev**, A. Marrani, Jordan Algebraic Interpretation of Maximal Parabolic Subalgebras : Exceptional Lie Algebras, J. Phys. A 53 (2020) 055203. IF=1.996, **Q2**, doi: 10.1088/1751-8121/ab5f84

<https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1751-8121/ab5f84> (подкрепа от настоящия договор 90%)

[3.1.5] P. Furlan and **V.B. Petkova**, On some Coulomb gas integrals in higher dimensions, arXiv:1806.03270, <https://arxiv.org/abs/1806.03270> (подкрепа от настоящия договор 85%)

- [3.1.6] I. Kostov, **V.B. Petkova**, D. Serban, Determinant formula for the octagon form factor in  $N = 4$  SYM, **Phys. Rev. Lett.** **122** (2019), 231601, arXiv:1903.05038, **Q1**, IF= 8.839, <https://journals.aps.org/prl/abstract/10.1103/PhysRevLett.122.231601> (подкрепа от настоящия договор 50%)
- [3.1.7] I. Kostov, **V.B. Petkova**, D. Serban, The octagon as a determinant, **JHEP** **11** (2019) 178, arXiv:1905.11467; **Q1**, IF= 5.810 [https://link.springer.com/article/10.1007/JHEP11\(2019\)178](https://link.springer.com/article/10.1007/JHEP11(2019)178) (подкрепа от настоящия договор 50%)
- [3.1.8] **N.I. Stoilova** and J. Van der Jeugt, The  $Z_2 \times Z_2$ -graded Lie superalgebra  $psl(2m+1|2n)$  and new parastatistics representations, *J. Phys. A: Math. Theor.* **51**, (2018) 135201 (17pp) (2018), **Q1**, <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1751-8121/aaae9a> IF=1.963 (подкрепа от настоящия договор 80%)
- [3.1.9] **N.I. Stoilova**, J. Thierry-Mieg and J. Van der Jeugt, On superdimensions of some infinite-dimensional irreducible representations of  $osp(m|n)$ , *Springer Proceedings in Mathematics and Statistics* **263** (2018), 165-176: ISBN 978-981-13-2714-8; **SJR 0.161** [https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-981-13-2715-5\\_9](https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-981-13-2715-5_9) (подкрепа от настоящия договор 80%)
- [3.1.10] **N.I. Stoilova** and J. Van der Jeugt, Clebsch-Gordan Coefficients for Covariant Representations of the Lie Superalgebra  $gl(n|n)$  in Odd Gelfand-Zetlin Basis, *AIP Conference Proceedings* **2075**, (2019) 090022, **SJR 0.18** <https://aip.scitation.org/doi/pdf/10.1063/1.5091236> (подкрепа от настоящия договор 80%)
- [3.1.11] **N.I. Stoilova** and J. Van der Jeugt, Parabosons, parafermions and representations of  $Z_2 \times Z_2$ -graded Lie superalgebras, *J. Phys.: Conf. Ser.* **1194**, (2019) 012102 (9pp): <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1742-6596/1194/1/012102>, ISSN 17426588, **SJP 0.22** (подкрепа от настоящия договор 80%)
- [3.2.1] **V.K. Dobrev**, Heisenberg Parabolic Subgroups of Exceptional Noncompact  $G_{2(2)}$  and Invariant Differential Operators, *Symmetry* **2022**, **14**, (4) 660. **Q2** IF: 2.713; SJR 0.54 <https://doi.org/10.3390/sym14040660> (подкрепа от настоящия договор 90%)
- [3.2.2] **V.K. Dobrev**, On Reducible Verma Modules over Jacobi Algebra, in: *Proceedings of QTS-11*, eds. M.B. Paranjape et al. CRM Series in Mathematical Physics (Springer, 2021), pp. 217-223 [https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-030-55777-5\\_20](https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-030-55777-5_20) DOI 978-3-030-55777-5\_20 (подкрепа от настоящия договор 90%)
- [3.2.3] N. Aizawa, **V.K. Dobrev**, S. Doi, Classification of the Reducible Verma Modules over the Jacobi Algebra  $G_2$ , *J. Phys. A.* **54** (2021) 475202. **Q2** IF: 2.132 <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1751-8121/ac2a05> (подкрепа от настоящия договор 90%)

[3.2.4] N. Aizawa, **V.K. Dobrev**, Invariant differential operators for the Jacobi algebra  $G_2$ , Modern Physics Letters A, (2022) and arXiv:2108.12813 [math.RT] Scopus **Q3** SJR 0.39  
<https://www.worldscientific.com/doi/abs/10.1142/S0217732322500675> (подкрепа от настоящия договор 90%)

[3.2.5] **V.K. Dobrev**, Invariant Differential Operators for the Real Exceptional Lie Algebra  $F_4'$ , Invited talk at Workshop on Quantum Geometry, Field Theory and Gravity, Corfu, 18-25.9.2019; Proceedings, Volume 376, PoS (CORFU2019) (Published on: August 18, 2020) 233 in: Proceedings of Corfu Summer Institute,  
<https://pos.sissa.it/376/233/> DOI: <https://doi.org/10.22323/1.376.0233> (подкрепа от настоящия договор 90%)

[3.2.6] **V.K. Dobrev**, Multiplet Classification and Invariant Differential Operators over the Lie Algebra  $F_4'$ , Springer Proceedings in Mathematics and Statistics, Vol. 335 (Springer, Heidelberg-Tokyo, 2020) pp. 383-398, **SJR (Scopus) : 0.22**  
[https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-981-15-7775-8\\_29](https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-981-15-7775-8_29) (подкрепа от настоящия договор 90%)

[3.2.7] **V.K. Dobrev**, Invariant differential operators for the real exceptional Lie algebra  $F_4''$ , arXiv: 2109.08395, contribution to Peter Suranyi 86th Birthday Festschrift, submitted, to be published by World Scientific  
<https://arxiv.org/pdf/2109.08395.pdf> (подкрепа от настоящия договор 90%)

[3.2.8] **V.K. Dobrev**, Heisenberg parabolic subgroup of  $SO^*(8)$  and invariant differential operators, Talk on-line at Corfu Summer Institute, Workshop on Quantum Geometry, Field Theory and Gravity, 20-27.9.2021. Submitted on 30 March 2022, PoS(CORFU2021)303 (подкрепа от настоящия договор 90%)

[3.2.9] **V.K. Dobrev**, Tenfold Way for Holography : AdS/CFT and Beyond, Int. J. Mod. Phys. A36, (07), (2021) 2150049. **Q4** IF: 1,381  
<https://doi.org/10.1142/S0217751X21500494> (подкрепа от настоящия договор (90%))

[3.2.10] **V.K. Dobrev**, Parabolic Verma Modules and Invariant Differential Operators, Physics of Particles and Nuclei, (2020) 51, No. 4, pp. 399–404, IF 0.318 (2019) Scopus **Q3** SJR 0.24 Doi:10.1134/S1063779620040231  
<https://link.springer.com/article/10.1134/S1063779620040231> (подкрепа от договора (90%))

[3.2.11] I. Kostov, **V.B. Petkova**, Octagon with finite bridge: free fermions and determinant identities, **JHEP** **06** (2021) 098, arXiv: 2102.05000 [hep-th], **Q1**, IF= 5.810;  
[https://link.springer.com/article/10.1007/JHEP06\(2021\)098](https://link.springer.com/article/10.1007/JHEP06(2021)098)

[3.2.12] **N.I. Stoilova** and J. Van der Jeugt, A Class of Representations of the Orthosymplectic Lie Superalgebras  $B(n,n)$  and  $B(\infty, \infty)$ . Springer Proceedings in Mathematics and Statistics, vol 335, pp. 185-201 (2020). Springer, Singapore, **SJR: 0.217**.  
[https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-981-15-7775-8\\_12](https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-981-15-7775-8_12)

## Организирани международни мероприятия

По време на етапите на договора група участници в колектива по Договора организира следните авторитетни международни форуми:

(1) 3<sup>rd</sup> Annual Workshop of COST Action MP1405 "QSPACE", София, 19-23.02.2018,  
<http://theo.inrne.bas.bg/~dobrev/QST-18.htm>

(2) Международен симпозиум в гр. Варна, 17-23.06.2019 год: 13-th International Workshop "Lie Theory and Its Applications in Physics",  
<http://theo.inrne.bas.bg/~dobrev/LT-13.htm>

В. Добрев е председател на организационния комитет и е редактор на публикувания том с трудовете на симпозиума в "*Springer Proceedings in Mathematics and Statistics*".

(3) Международен симпозиум, София, 20-26.06.2021 год: 14-th International Workshop "Lie Theory and Its Applications in Physics".

В. Добрев е председател на организационния комитет и е редактор на предстоящия за публикуване том с трудовете на симпозиума в "*Springer Proceedings in Mathematics and Statistics*".

## Развитие на международното сътрудничество

(1) Prof. Ivan Kostov & Prof. Didina Serban (Institut de Physique Theorique, C.E.A. – Saclay, Gif-sur-Yvette, France)

(2) Prof. Eduardo Guendelman (Dept. Physics, Ben-Gurion University of the Negev, Beer-Sheva, Israel) – повече от 70 съвместни публикации от началото на активното сътрудничество

(3) Prof. Joris van der Jeugt (Department of Applied Mathematics, Computer Science and Statistics, University of Ghent, Ghent, Belgium) – вече 50 съвместни публикации от началото на активното сътрудничество

(4) Prof. Paolo Furlan (Dipartimento di Fisica dell'Universit`a di Trieste, Trieste, Italy) – вече 30 съвместни публикации от началото на активното сътрудничество

(5) Dr. Alessio Marrani (Padova University, Italy)

(6) Dr. David Benisty (Dept. Physics, Ben-Gurion University of the Negev, Beer-Sheva, Israel)

(7) Prof. Anastasios Petkou (Aristotle University, Thessaloniki, Greece)

(8) Dr. Igor Salom (Institute of Physics, Belgrade)

(9) Prof. Naruhiko Aizawa (Osaka Prefecture University)

## **Повишаване научния капацитет, подготовка на млади учени, реализация и значимост на получените резултати**

Всички научни изследвания в рамките на настоящия проект бяха проведени в рамките на широко международно сътрудничество със световно известни институти и университети по целия свят. Резултатите, получени в рамките на проекта са публикувани в най-престижните международни списания с импакт фактор и са докладвани на престижни международни научни събития (конференции, семинари, школи).

Резултатите, постигнати през етапите на проекта определяме като натрупване и напредък на фундаментални научни знания с принос към дългосрочната програма на международната общност на изследователите в областта на математическата физика, физиката на елементарните частици и физиката на високите енергии. Знанията и опитът, придобити от членовете на екипа, несъмнено повишиха квалификацията и конкурентоспособността ни и следователно тези на ИЯИЯЕ и СУ.

Друг важен аспект е фактът, че този проект даде на по-младите членове на изследователската група ценен международен опит в науката, което е от решаващо значение за бъдещото им развитие като изследователи. Младите учени в проекта несъмнено придобиха умения да се адаптират към силно конкурентната и творческа среда, типична за европейската и световната научноизследователска област.



Брой млади учени		3		
Брой научни публикации (втори етап)		56		
От тях с импакт фактор		31		
От тях с импакт ранг		14		
Научна степен, акад. длъжност	Име	Месторабота	Млад учен	Подпис
1. Акад. проф. дфн	Иван Тодоров То- доров	ИЯИЯЕ-БАН (асоц. член), консултант за договора		
2. Чл. кор. проф. дфн	Емил Рафаелов Ни- симов	ИЯИЯЕ-БАН (асоц. член), ръководител за етап 1		
3. Чл. кор. проф. дфн	Валентина Бори- сова Петкова	ИЯИЯЕ-БАН (асоц. член) член на договора		
4. Проф. дфн	Владимир Кръстев Добрев	ИЯИЯЕ-БАН (асоц. член) член на договора		
5. Проф. дфн	Светлана Йорда- нова Пачева	ИЯИЯЕ-БАН (пенсио- нер) член на договора		
6. Проф. дфн	Радослав Христов Рашков	СУ, Физически факул- тет, член на договора		
7. Доц. дфн	Недялка Илиева Стоилова	ИЯИЯЕ-БАН, ръково- дител за етап 2		
8. Гл. ас., д-р	Деница Руменова Стайкова	ИЯИЯЕ-БАН, член на договора	МУ	
9. Физик, д-р	Калин Каменов Ма- ринов	ИЯИЯЕ-БАН, член на договора	МУ	
10. Млад учен	Стефан Будъониев Младенов	СУ, Физически факул- тет, член на договора	МУ	